INFORMATIQUE

PSI P2B

Année 2024/25

TP n° 4 (noté)

groupe 1

Les fichiers, au format `.py`, seront nommés `NOM_DE_FAMILLE-TP4.py` et seront envoyés $\boxed{\text{5 min avant}}$ la fin de l'heure à tpinforohart@gmail.com

Le sujet comporte trois exercices.

Vincent Rohart

http://vrohart.e-monsite.com/

Exercice 1 — Traitement de texte

1. Écrire une fonction `epure(M)` qui prend une chaîne de caractère `M` en argument et qui renvoie cette même chaîne mais privée de toutes les espaces [1].

2. Écrire une fonction `toutenmaj(M)` qui prend une chaîne de caractère `M` en argument et qui renvoie cette même chaîne mais où toutes les minuscules ont été remplacées par les majuscules correspondantes.

Fonctions utiles : `chr` et `ord`.

Exercice 2 — Analyse numérique (partie 1)

1. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable et soit a un réel tel que $f'(a) \neq 0$. Déterminer l'intersection de l'axe des abscisses et de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a.

2. Justifier alors l'expression de la suite définie dans la méthode de Newton-Raphson, et écrire la relation de récurrence qu'elle vérifie dans le cas où f est la fonction $x \mapsto x^2 - b$ où b est un réel strictement positif.

3. Dans cette question $b = 2$. La suite de Newton-Raphson $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge donc vers $\sqrt{2}$. On prendra $x_0 = 10$.
   (a) Combien de décimales sont correctes dans l'approximation $x_1 \approx \sqrt{2}$? Et dans l'approximation $x_2 \approx \sqrt{2}$?
   (b) Dresser un graphique traçant les points de coordonnées (n, d_n) où, pour tout entier naturel n, d_n est le nombre de décimales justes dans l'approximation de $\sqrt{2}$ par x_n.

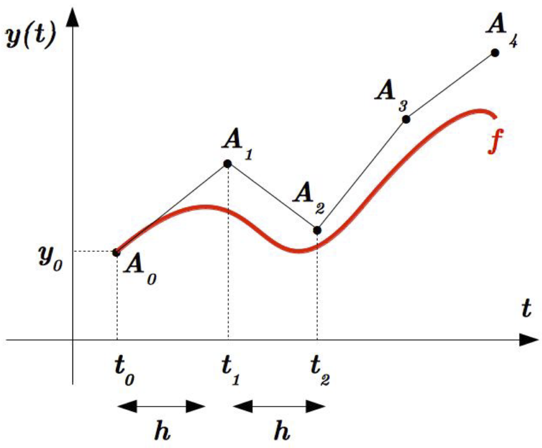
1. Le caractère " " est appelé *une* espace (mot féminin).

Exercice 3 — Analyse numérique (partie 2)

On rappelle le principe de la méthode d'Euler. Si I est un intervalle de longueur non nulle et si $\mathrm{F} : \mathrm{I} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une fonction continue donnée, on considère l'équation différentielle d'ordre 1 (pas nécessairement linéaire)

$$\forall t \in \mathrm{I}, \quad y'(t) = \mathrm{F}(t, y(t))$$

avec la condition initiale $y(t_0) = y_0$.



On supposera qu'il existe une unique solution, notée f.

- On choisit un pas : si on résout sur $\mathrm{I} = [a, b]$, on pose $h = \frac{b-a}{n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.
- On note $\mathrm{A}_0(t_0, y_0)$, donné par la condition initiale, et on pose $t_k = t_0 + kh$.
- Si $\mathrm{A}_k(t_k, y_k)$ est construit, on considère la tangente $\mathcal{T}_k$ au point d'abscisse t_k de $\mathcal{C}_f$. On note A_{k+1} le point d'abscisse $t_{k+1} = t_k + h$ tel que $(\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1})$ soit parallèle à $\mathcal{T}_k$.
- On trace la ligne brisée $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1 \ldots \mathrm{A}_n$ qui approche, on l'espère, la courbe représentative de f.

1. Exprimer, pour tout k, y_{k+1} en fonction de y_k.
2. Écrire une fonction de signature `euler(F,t0,y0,t,h)` qui renvoie une valeur approchée de $f(t)$ par la méthode d'Euler avec un pas égal à h.

   On appliquera donc la méthode sur le segment $[t_0, t]$, en supposant que $t_0 < t$.
3. Écrire une fonction `euler_graph(F,t0,y0,a,b,n)` qui trace la ligne brisée $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1 \ldots \mathrm{A}_n$ comme expliquée ci-dessus.
4. Tracer la courbe de la solution de $y'(t) = \cos(t + y(t))$ avec la condition initiale $y(0) = 1$.
5. Le module `scipy.integrate` et sa méthode `odeint` permettent de résoudre des équations différentielles de façon approchée :

   https://www.concours-centrale-supelec.fr/CentraleSupelec/SujetsOral/Multi/Python-AN.pdf

   En se servant du document mis en ligne ci-dessus, tracer la courbe de la solution de l'équation différentielle non linéaire

   $$y'(t) = \cos(t + y(t))$$

   respectant la condition initiale $y(0) = 1$, et comparer, sur un même graphique, avec le résultat obtenu précédemment.