INFORMATIQUE

PSI P2B

Année 2023/24

TP n° 3 (noté)

Les fichiers, au format `.py`, seront nommés `NOM_DE_FAMILLE-TP3.py` et seront envoyés $\boxed{\text{5 min avant}}$ la fin de l'heure à tpinforohart@gmail.com

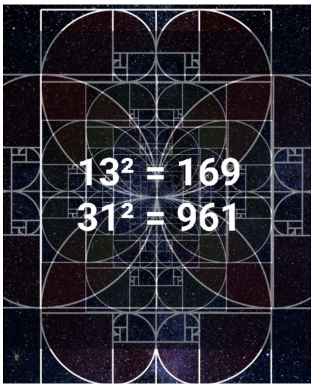
Le sujet comporte trois exercices.

Vincent Rohart
`http://vrohart.e-monsite.com/`

Exercice 1 — Petite énigme

Le *renversé* d'un entier dont l'écriture en base 10 est $a_d a_{d-1} \dots a_1 a_0$ est l'entier $a_0 a_1 \dots a_{d-1} a_d$. Ainsi, le renversé de 1984 est 4891.

Un entier est dit *carrément renversant* quand le renversé de son carré est le carré de son renversé. Par exemple 13 est un nombre carrément renversant.



1. Écrire une fonction de signature `CR(n)` qui prend en argument un entier nature n et qui renvoie le booléen `True` si n est carrément renversant, et `False` sinon.
2. Écrire un script permettant d'obtenir l'emplacement des entiers carrément renversants inférieurs à 100 sous forme d'un tableau :

```
['V', 'V', 'V', 'V', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
['V', 'V', 'V', 'V', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
['V', 'V', 'V', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
['V', 'V', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
[' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
[' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
[' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
[' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
[' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
[' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ']
```

3. Expliquer par un programme comment obtenir le nombre d'entiers carrément renversants compris entre 100 et 999.

Exercice 2 — Cryptographie

1. Écrire une fonction qui prend une chaîne de caractère en argument et qui renvoie cette même chaîne mais privée de toutes les espaces [1] et où les éventuelles minuscules sont remplacées par les majuscules correspondantes.
2. Proposer une fonction de signature `decoupe(M,k)` où M est une chaîne de caractère (un texte par exemple), et k un entier naturel non nul et qui renvoie une liste $[\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \ldots, \mathrm{M}_k]$ dont les éléments sont des chaînes de caractères obtenues par découpage de M en k sous-chaînes. Par exemple, si M est la chaîne `"LE SOLEIL BRILLE"` et si $k = 3$, alors $\mathrm{M}_1 =$ `"LSE IE"`, $\mathrm{M}_2 =$ `"EOIBL"` et $\mathrm{M}_3 =$ `" LERL"`.

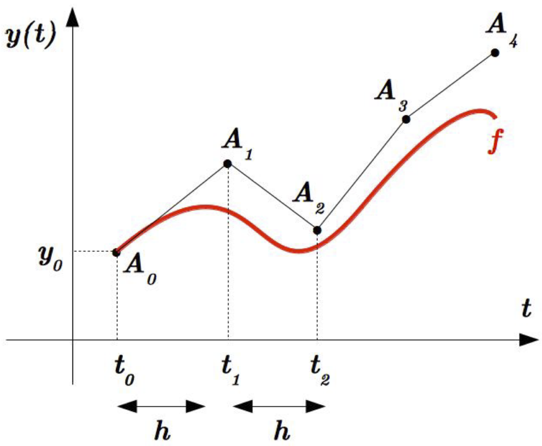
1. Le caractère `" "` est appelé *une* espace (mot féminin).

Exercice 3 — Analyse numérique

On rappelle le principe de la méthode d'Euler. Si I est un intervalle de longueur non nulle et si $F : I \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une fonction continue donnée, on considère l'équation différentielle d'ordre 1 (pas nécessairement linéaire)

$$\forall t \in I, \quad y'(t) = F(t, y(t))$$

avec la condition initiale $y(t_0) = y_0$.



On supposera qu'il existe une unique solution, notée f.

- On choisit un pas : si on résout sur $I = [a, b]$, on pose $h = \frac{b-a}{n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

- On note $A_0(t_0, y_0)$, donné par la condition initiale, et on pose $t_k = t_0 + kh$.

- Si $A_k(t_k, y_k)$ est construit, on considère la tangente $\mathcal{T}_k$ au point d'abscisse t_k de $\mathcal{C}_f$. On note A_{k+1} le point d'abscisse $t_{k+1} = t_k + h$ tel que $(A_k A_{k+1})$ soit parallèle à $\mathcal{T}_k$.

- On trace la ligne brisée $A_0 A_1 \dots A_n$ qui approche, on l'espère, la courbe représentative de f.

1. Exprimer, pour tout k, y_{k+1} en fonction de y_k.
2. Écrire une fonction de signature `euler(F,t0,y0,t,h)` qui renvoie une valeur approchée de $f(t)$ par la méthode d'Euler avec un pas égal à h.

   On appliquera donc la méthode sur le segment $[t_0, t]$, en supposant que $t_0 < t$.
3. Écrire une fonction `euler_graph(F,t0,y0,a,b,n)` qui trace la ligne brisée $A_0 A_1 \dots A_n$ comme expliquée ci-dessus.
4. Tracer la courbe de la solution de $y'(t) = \cos(t + y(t))$ avec la condition initiale $y(0) = 1$.
5. Le module `scipy.integrate` et sa méthode `odeint` permettent de résoudre des équations différentielles de façon approchée :

   https://www.concours-centrale-supelec.fr/CentraleSupelec/SujetsOral/Multi/Python-AN.pdf

   En se servant du document mis en ligne ci-dessus, tracer la courbe de la solution de $y'(t) = \cos(t + y(t))$ avec la condition initiale $y(0) = 1$, et comparer, sur un même graphique avec le résultat obtenu précédemment.

Temporary page!

LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added to the final page this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because LaTeX now knows how many pages to expect for this document.