



TP n° 2
Évaluation

Année 2025/26



Les fichiers, au format .py, seront nommés NOM_DE_FAMILLE-TP2.py et seront envoyés à l'adresse tpinforohart@gmail.com à 9h50 précises

Krois

Le sujet comporte des questions de cours et ~~quatre~~ exercices.



Vincent ROHART
<http://vrohart.e-monsite.com/>

Question de cours (2 points)

Une syntaxe correcte et une orthographe irréprochable sont exigées pour vos réponses, que vous écrirez en commentaire dans votre fichier.

1. Pourquoi dit-on que les listes, en `Python`, sont des objets itérables ?
2. Les listes sont-elles des objets mutables ?
3. Donner un exemple d'objet non mutable mais itérable en `Python` ?
4. Quelle est la différence entre `range(10)` et `[k for k in range(10)]` ?

Exercice 1 — Suites (3 points)

1. Écrire une fonction en `Python` permettant de calculer les termes de la suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et, pour tout n dans $\mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{5}{u_n} \right),$$

2. On peut montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\sqrt{5}$. Écrire une fonction en `Python` prenant en paramètre un réel ε et renvoyant le plus petit entier n tel que $|u_n - \sqrt{5}| < \varepsilon$.

Exercice 2 — Cryptographie (8 points)

Télécharger le fichier `message-crypte-caesar.tex` que vous trouverez à côté de l'énoncé de ce TP noté.

1. Avant toute chose, programmer une fonction de signature `toutenmaj(M)` où M est une chaîne de caractères, qui renvoie la même chaîne de caractères où chaque minuscule (de 'a' à 'z') est transformée en sa majuscule correspondante. Les autres caractères (espace, apostrophe, etc.) restent inchangés.

Exemple. L'appel de `toutenmaj("Bonjour l'ami !")` devra renvoyer `"BONJOUR L'AMI !"`.

2. Programmer une fonction de signature `cesar(M,k)` où
 - M est une chaîne de caractères ne comportant pas de minuscules,
 - k est un entier compris entre 0 et 25,qui renvoie la chaîne de caractères obtenue après un décalage de k (par exemple, si $k = 2$, le message 'ABCD' sera transformé en 'CDEF'). Attention les caractères qui ne sont pas des lettres ne devront pas être transformés.
3. Programmer une fonction de signature `freq(M)` où M est une chaîne de caractères ne comportant pas de minuscules, qui renvoie un dictionnaire dont les clés sont les lettres de l'alphabet (de 'A' à 'Z') et dont les valeurs sont des fréquences (en pourcentage) d'apparition de ces lettres.

Exemple. L'appel de `toutenmaj("BONJOUR L'AMI !")` devra renvoyer

```
{"A":9.09, "B":9.09, "I":9.09, "J":9.09, "L":9.09, "M":9.09, "N":9.09,
 "O":18.18, "R":9.09, "U":9.09}
```

4. Faire une analyse fréquentielle sur le texte du fichier `message-crypte-caesar.tex` et le déchiffrer.
5. Bonus (+1) : trouver (sans autre aide que votre culture personnelle) le nom de l'œuvre dont est extrait ce texte.

Exercice 3 — Nombres de Lychrel (7 points)

Si n est un entier naturel non nul dont l'écriture en base 10 est $a_d a_{d-1} \dots a_1 a_0$, on note $R(n)$ l'entier dont l'écriture en base 10 est $a_0 a_1 \dots a_{d-1} a_d$: c'est le *renversé* de n .

Exemple 1. Si $n = 1984$, alors $R(n) = 4891$.

Exemple 2. Si $n = 1980$, alors $R(n) = 891$ car l'écriture 0891 n'est pas correcte.

Exemple 3. Si $n = 10000$, alors $R(n) = 1$ pour la même raison.

✿ Définition 1.

✂ On dit qu'un entier naturel non nul n est un *palindrome* ou qu'il est *palindromique* quand $n = R(n)$.

Exemple. Les entiers 23632 et 7887 sont des palindromes, mais 23631 n'en est pas un.

Si $n \in \mathbb{N}^*$, on considère l'entier $P_1(n) = n + R(n)$: si ce dernier n'est pas un palindrome, on pose $P_2(n) = P_1(n) + R(P_1(n))$. On recommence ce procédé autant de fois que nécessaire.

Exemple. Soit $n = 1687$. On calcule successivement :

- $P_1(n) = 1687 + 7861 = 9548$.
- $P_2(n) = 9548 + 8459 = 18007$.
- $P_3(n) = 18007 + 70081 = \boxed{88088}$.

On s'est aperçu, empiriquement, que pour chaque entier naturel non nul n , il existait un certain entier k_0 tel que $P_{k_0}(n)$ est palindromique. Par exemple, si $n = 1687$, $k_0 = 3$.

✿ Définition 2.

✂ Un entier naturel non nul n est appelé *nombre de Lychrel* quand la suite $(P_k(n))_{k \in \mathbb{N}^*}$ est infinie, autrement dit quand il n'existe aucun entier k tel que $P_k(n)$ soit palindromique.

À ce jour, on ne connaît aucun nombre de Lychrel, mais il semblerait que le plus petit d'entre eux soit 196.

★ **Conjecture (de Lychrel).**
L'entier 196 est un nombre de Lychrel.

Questions

1. Écrire une fonction `R(n)` renvoyant le retourné de l'entier n .
2. Écrire une fonction `palin(n)` renvoyant `True` si n est un palindrome, et `False` sinon.
3. Écrire une fonction `lychrel(n)` renvoyant la liste, de longueur limitée à 100 pour éviter les boucles infinies (notamment si $n = 196$ comme le stipule la conjecture de Lychrel)

$$[n, P_1(n), P_2(n), \dots, P_{k_0}(n)]$$

avec les notations présentées ci-dessus. Par exemple, pour $n = 1984$, on doit obtenir le résultat suivant :

```
1 >>> lychrel(1984)
2
3 [1984,
4  6875,
5  12661,
```

```
6 29282 ,  
7 57574 ,  
8 105149 ,  
9 1046650 ,  
10 1613051 ,  
11 3116212 ,  
12 5242325 ,  
13 10474750 ,  
14 16222151 ,  
15 31344412 ,  
16 52788725]
```

ce qui prouve que 1984 n'est pas un nombre de Lychrel.

4. Proposer une méthode permettant de trouver probablement un nombre de Lychrel, et proposer un candidat possible pour le nombre de Lychrel suivant 196.

Remarque. Le nom *Lychrel* est (presque) l'anagramme de Cheryl, prénom de la fiancée du mathématicien amateur Wade VanLandingham qui a mis en évidence ces nombres (pour le pur plaisir).