Primitives usuelles

La notation (vieillotte et peu rigoureuse) $\int f(x)\mathrm{d}x$ désigne une primitive quelconque de la fonction continue f sur un intervalle.

Exemple. La notation $\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln(|x|)$ signifie que :

- les primitives de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}_+^*$ sont $x \mapsto \ln(x) + k$ (k constante),
- les primitives de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}_-^*$ sont $x \mapsto \ln(-x) + k'$ (k' constante).

Formes générales

$$\int u^\alpha(x)u'(x)\mathrm{d}x = \frac{u(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} \quad (\text{si } \alpha \neq -1)$$

$$\int e^{u(x)}u'(x)\mathrm{d}x = e^{u(x)}$$

$$\int \cos(u(x))u'(x)\mathrm{d}x = \sin(u(x))$$

$$\int \frac{u'(x)}{u(x)}\mathrm{d}x = \ln(|u(x)|)$$

$$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}\mathrm{d}x = 2\sqrt{u(x)}$$

$$\int \sin(u(x))u'(x)\mathrm{d}x = -\cos(u(x))$$

Formes particulières

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln(|x|)$$

$$\int \cos(x)\mathrm{d}x = \sin(x)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\cos^2(x)} = \tan(x)$$

$$\int \tan(x)\mathrm{d}x = \ln(|\cos(x)|)$$

$$\int \mathrm{ch}(x)\mathrm{d}x = \mathrm{sh}(x)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{ch}^2(x)} = \frac{\mathrm{sh}(x)}{\mathrm{ch}(x)} \quad (\text{noté th}(x))$$

$$\int e^{mx}\mathrm{d}x = \frac{1}{m}e^{mx} \quad (\text{si } m \neq 0)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \mathrm{Arc\ tan}(x)$$

$$\int x^\alpha \mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \quad (\text{si } \alpha \neq 1)$$

$$\int \sin(x)\mathrm{d}x = -\cos(x)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2(x)} = -\frac{\cos(x)}{\sin(x)} \quad (\text{noté } -\cot(x))$$

$$\int \cot(x)\mathrm{d}x = \ln(|\sin(x)|)$$

$$\int \mathrm{sh}(x)\mathrm{d}x = \mathrm{ch}(x)$$

$$\int \mathrm{th}(x)\mathrm{d}x = \ln(\mathrm{ch}(x))$$

$$\int a^x\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln(a)} \quad (\text{si } a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \mathrm{Arc\ sin}(x) = -\mathrm{Arc\ cos}(x) + \frac{\pi}{2}$$

Exemple. Pour trouver $\int \frac{\mathrm{d}x}{5+x^2}$ on écrit : $\int \frac{\mathrm{d}x}{5+x^2} = \frac{1}{5}\int \frac{\mathrm{d}x}{1+\left(\frac{x}{\sqrt{5}}\right)^2}$, et on fait le changement de variable $t = \frac{x}{\sqrt{5}}$, qui donne $\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{5}}$ d'où :

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{5+x^2} = \frac{1}{5}\int \frac{\sqrt{5}\mathrm{d}t}{1+t^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}\mathrm{Arc\ tan}(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\mathrm{Arc\ tan}\left(\frac{x}{\sqrt{5}}\right)$$