



démonstration de cours à savoir refaire :

- démonstrations exigibles pour tout le monde ;
- démonstrations exigibles pour les élèves avancés.

1 Intégrales généralisées (exercices)

2 Réduction, partie 2 (cours et exxercices)

- Orthogonalité des vecteurs propres d'une matrice symétrique réelle. Si S est une matrice symétrique réelle, alors $\text{Sp}_{\mathbb{C}}(S) = \text{Sp}_{\mathbb{R}}(S)$. Théorème spectral matriciel, notion de matrice orthodagonalisable. Savoir donner une matrice symétrique complexe non diagonalisable.

- Matrices symétriques (définies) positives ($X^T S X \geq 0$), notation $\mathcal{S}_n^+(\mathbb{R})$, $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$. Caractérisation spectrale. Application à l'étude des points critiques : savoir énoncer CN_2 et CS_2 concernant la hessienne.

- Si λ est une valeur propre de u , alors pour tout polynôme P , $P(\lambda)$ est une valeur propre de $P(u)$. En conséquence : $\text{Sp}(u) \subset \text{Rac}_{\mathbb{K}}(P)$ si P est annulateur de u .

- Lemme des noyaux (version simple) et son principal théorème d'application : une CNS de diagonalisabilité par les polynômes scindés à racines simples. Admis : Lemme des noyaux général.

- Trigonalisation. Cas où $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $\sum_{\lambda} E_{\lambda}(M) = n - 1$. Cas où $M \in \mathcal{M}_3(\mathbb{K})$, $\chi_M = (X - \lambda)^3$ et $\dim E_{\lambda}(M) = 1$: existence d'un drapeau total $(\text{Ker}(M - \lambda I_3)^k)_{0 \leq k \leq 3}$, puis réduction de Jordan en utilisant ce drapeau.

- Application 1 : densité de l'ensemble $\mathcal{D}_n(\mathbb{C})$ des matrices diagonalisables dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, puis démonstration du théorème de Cayley-Hamilton.

- Application 2 : détermination de $\text{Ker}(D - \lambda \text{Id})^m$ si D est la dérivation, puis résolution d'une EDL_k homogène à coefficients constants.

3 Suites et séries de fonctions (cours uniquement)

- Savoir donner les définitions de la CVS, la CVU, la CVN et leurs versions locales. La CVU se traduit par la norme $\|\cdot\|_{\infty}$.

- La CVS ne conserve pas la continuité, ni le caractère bornée. La CVU ne conserve pas la classe $\mathcal{C}^1$.
- $\text{CVU} \implies \text{CVS}$ et $\text{CVN} \implies \text{CVU}$.

4 Exercices de TD à savoir refaire

TD 9 : 1, 2, 4, 5, 6, 11. TD 10 : 1, 2, 4, 7, 14.