



Khôlle n° 5
semaine du 4 novembre

En souligné : démonstration de cours à savoir refaire.

1 Séries numériques

- Tout le chapitre.

- Démonstration à savoir refaire : $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \sim \ln(n)$, $\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \sim \frac{1}{n}$. La règle de D'Alembert. La règle

de croissances comparées $n! = o(n^n)$. Le fait que ACV \implies CV. L'égalité $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} = \ln(2)$. L'existence de $K > 0$ tel que $n! \sim K\sqrt{n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$. La convergence de $\sum \frac{a^n}{n!}$ quel que soit a dans \mathbb{C} : si $S(a)$ désigne sa somme, alors $S(a+b) = S(a)S(b)$ quels que soient a et b dans \mathbb{C} .

2 Calcul différentiel sur \mathbb{R}^n (cours seulement)

- Continuité, représentation graphique si $n = 2$ (surface représentative), fonctions partielles en un point : si f est continue en (a_1, \dots, a_n) , alors $f_{k,a}$ est continue en a_k , pour tout k , mais la réciproque est fausse.

- Notion de partie ouverte de \mathbb{R}^n (muni de la norme euclidienne usuelle). Dérivées partielles, notation $\partial_k f(a)$. Classe \mathcal{C}^1 (les dérivées partielles sont toutes continues). Savoir montrer, si $PV = nRT$, que $\frac{\partial P}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial P} = -1$.

- Théorème de l'approximation affine. Si f est de classe \mathcal{C}^1 , alors elle est continue. Différentielle d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 en un point. Notation df_a ou $df(a)$. Exemples à connaître : fonction constante, restriction d'une forme linéaire, cas $n = 1$.

- *Chain rule* donnant la dérivée de $t \mapsto f(x_1(t), \dots, x_n(t))$.

3 Exercices de TD à savoir refaire

TD 3 : 1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13.