



En souligné : démonstration de cours à savoir refaire.

1 Séries numériques

- Règle de D'Alembert pour les STP : savoir démontrer le cas $\ell < 1$. Conséquence (nouvelles croissances comparées usuelles) : pour tout complexe a , $a^n = o(n!)$ et $n! = o(n^n)$.
- Produit de Cauchy, théorème admis.
- Séries ACV : elles convergent (cas réel, puis cas complexe). Espace ℓ^1 des suites dont la série associée est ACV : c'est un sev de $\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$. Notation $\|u\|_1$.
- Adaptation des relations de comparaison $\leq, O, o, \sim$ aux séries ACV.
- Formule de Stirling. Seulement pour les plus à l'aise : savoir montrer qu'il existe $\ell > 0$ tel que $\frac{n!}{\sqrt{n(\frac{n}{e})^n}} \rightarrow \ell$.
- Critère spécial des séries alternées : convergence de $\sum (-1)^n a_n$ si (a_n) décroît et tend vers 0, encadrement de la somme par les sommes partielles S_{2n} et S_{2p+1} et informations sur les restes.

2 Calcul différentiel sur $\mathbb{R}^n$ (cours seulement)

- Notion de point adhérent à une partie de $\mathbb{R}^n$. Limite et continuité pour les fonctions de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$. Caractérisation séquentielle des limites. Fonctions partielles en un point d'une fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Si f est continue en $a = (a_1, \dots, a_n)$, alors pour tout $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $f_{k,a}$ est continue en a_k , mais la réciproque est fausse.
- Notion de parties ouvertes dans $\mathbb{R}^n$. Dérivées partielles, classe $\mathcal{C}^1$. Théorème de l'approximation affine, si f est de classe $\mathcal{C}^1$, alors f est continue. Notion de fonction différentiable en un point. Il n'existe qu'une seule forme linéaire L sur $\mathbb{R}^n$ telle que $f(a+h) - f(a) = L(h) + o(\|h\|)$. Différentielle de f au point a , notation df_a ou $df(a)$.
- Notions de forme différentielle de degré 1, écriture $P_1 dx_1 + \dots + P_n dx_n$, formes exactes. Notation « δ » pour les 1-formes non exactes.
- Dérivée d'une composée : $t \mapsto f(\gamma(t))$ (*chain rule 1*), dérivées partielles de $\tilde{f} : (u, v) \mapsto f(x(u, v), y(u, v))$ (*chain rule 2*). Savoir expliquer l'écriture symbolique $\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u}$. Notation à savoir expliquer $\int_{\gamma} df$. Savoir démontrer que $\int_{\gamma} df = f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))$ si $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ est un arc de classe $\mathcal{C}^1$.

3 Exercices de TD à savoir refaire

TD 3 : 4, 6, 7, 10, 12, 14, 17.