



En souligné : démonstration de cours à savoir refaire.

1 Arcs paramétrés (ou fonctions vectorielles)

- Notion d'arc paramétré dans $\mathbb{R}^n$, support d'un arc, exemples de référence vus en cours : cercle, demi-hyperbole, segment $[A, B]$ ou demi-droite $[AB]$ dans $\mathbb{R}^n$, hélice dans $\mathbb{R}^3$, graphe d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Le support de $t \mapsto (\text{ch}(t), \text{sh}(t))$ est une demi-hyperbole.

- Produit scalaire canonique et norme associée sur $\mathbb{R}^n$, inégalités de Cauchy-Schwarz et triangulaire. Limite d'un arc en un point, caractérisation des limites par les composantes. Arc continu, caractérisation de la continuité par les composantes.

- Arc dérivable, caractérisation par l'approximation affine, ou bien par les fonctions composantes, linéarité de la dérivation. Si $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$, sous-espaces $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R}^n)$. Dérivée de $\gamma \circ \alpha$, où $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dérivée de $t \mapsto \lambda(t) \cdot x$, où $\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $x \in \mathbb{R}^n$ fixé. Dérivée de $t \mapsto L(\gamma(t))$ et de $t \mapsto B(\gamma_1(t), \gamma_2(t))$, où L linéaire et B bilinéaire. Applications : dérivée d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel. À savoir refaire : si $M(t)$ est un point mobile parcourant un cercle de centre O , alors $\frac{d\vec{M}}{dt} \perp \vec{OM}$. Formule de Leibniz : dérivée k^{e} de $B(\gamma_1, \gamma_2)$.

2 Équations différentielles linéaires (EDL)

- Rappels d'Analyse : propriété fondamentale de $\mathbb{R}$, théorème de la limite monotone, des suites adjacentes, de Bolzano-Weierstrass, des bornes atteintes, de l'extrémum local, de Rolle, théorème des accroissements finis (TAF) (non valide pour les fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$: savoir pourquoi), inégalité des accroissements finis (IAF) (valide pour les fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$), caractérisation des fonctions constantes sur les intervalles, théorème fondamental du Calcul intégral (TFCI ou TFA), existence de primitives pour les fonctions continues sur un intervalle : elles diffèrent d'une constante. Théorème de la limite de la dérivée.

- Existence (admise) et unicité (démontrée) d'une fonction dérivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$. Propriétés (algébriques et analytiques) de $\exp$ et $\ln$, allure des courbes. Savoir démontrer que $\exp(x+y) = \exp(x)\exp(y)$ pour tous réels x et y . Notation a^b si $a \in \mathbb{R}_+^*$ et $b \in \mathbb{C}$. Croissances comparées usuelles.

- Savoir définir ce qu'est une équation différentielle, reconnaître parmi les équations fonctionnelles celles qui ne sont pas des équations différentielles. Savoir définir la notion d'EDL d'ordre k .

- Résolution de $y' = ay$. Méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière de $y' = ay + b$. Résolution complète de $y' = ay + b$.

- Résolution de $ay'' + by' + cy = 0$ si $(a, b, c) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^2$. Résolution dans $\mathbb{R}$ si a, b, c sont réels et si $b^2 - 4ac < 0$. Aucune connaissance exigible sur la variation des constantes.

- Théorème de Cauchy-Lipschitz pour les EDL d'ordre k , notion de condition de Cauchy. L'ensemble des solutions de l'équation homogène associée est un sev de $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{K})$ de dimension k .

3 Exercices de TD à savoir refaire

TD n° 0 (fiches de vacances) : tout. **Alphabet grec**, savoir énoncer des définitions, des théorèmes, syntaxe, grammaire et orthographe, locutions malvenues : « du coup », « en vrai », « pour moi », « au final », « **on a que** », bon usage des quantificateurs, confusion entre f et $f(x)$, etc.

TD n° 1 : exercice 1.