



Khôlle n°1

semaine du 18 septembre

En souligné : démonstration de cours à savoir refaire.

1 Bien rédiger en mathématiques

cours n°0 et TD n°0

2 Arcs paramétrés (ou fonctions vectorielles)

- Arc paramétré dans \mathbb{R}^n , support d'un arc et exemples de référence vus en cours (cercle, segment, droite, hélice, graphe d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$). Produit scalaire canonique et norme associée sur \mathbb{R}^n , inégalités de Cauchy-Schwarz (admise) et triangulaire. Limite d'un arc en un point adhérent à son domaine de définition (qui sera une réunion finie d'intervalles). Caractérisation des limites par les fonctions composantes. Arc continu sur son ensemble de définition, caractérisation de la continuité par les fonctions composantes. Sous-espace vectoriel $\mathcal{C}(I, \mathbb{R}^n)$. Cas des arcs à valeurs dans $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$: on identifie une matrice de taille (n, p) avec un np -uplet de réels.

- Arc paramétré dérivable. Approximation affine. Caractérisation de la dérivabilité par les fonctions composantes. Linéarité de la dérivation. Classe $\mathcal{C}^k, \mathcal{C}^\infty$. Dérivée de $\gamma \circ \alpha$ avec $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dérivée de $t \mapsto \lambda(t) \cdot x$ avec $\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $x \in \mathbb{R}^n$ fixé. Dérivée de $t \mapsto L(\gamma(t))$ et de $t \mapsto B(\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ avec L linéaire et B bilinéaire. Applications : dérivée d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel. À savoir refaire : si $M(t)$ est un point mobile parcourant un cercle de centre O , alors $\frac{d\vec{M}}{dt} \perp \vec{OM}$. Dérivée k -ième de $B(\gamma_1, \gamma_2)$ (Leibniz).

- Notion de champ de vecteurs dans \mathbb{R}^n , continuité. Circulation d'un champ de vecteurs continu \vec{F} le long d'un arc γ de classe \mathcal{C}^1 . Notations $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$, $\oint_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$. Notion d'arcs \mathcal{C}^1 -positivement équivalents (notation $\gamma_1 \overset{+}{\sim} \gamma_2$) : c'est une relation d'équivalence sur l'ensemble des arcs \mathcal{C}^1 de \mathbb{R}^n définis sur des segments. Si $\gamma_1 \overset{+}{\sim} \gamma_2$, alors les circulations de tout champ de vecteurs continu \vec{F} le long de γ_1 et γ_2 sont égales, notations $\int_{\mathcal{C}^+} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ ou $\int_{M \in \mathcal{C}^+} \vec{F}_M \cdot d\vec{M}$ (avec les versions \oint correspondantes) où \mathcal{C} est le support d'un arc γ de classe \mathcal{C}^1 (le cas continu et \mathcal{C}^1 par morceaux a été vu en TD).

3 Exercices de TD à savoir refaire

TD 0 : tout. Alphabet grec, savoir énoncer des définitions, des théorèmes, syntaxe, grammaire et orthographe, locutions malvenues : « du coup », « en vrai », « pour moi », « au final », bon usage des quantificateurs, confusion entre f et $f(x)$, etc.

TD 1 : exercices 1, 2, 3, 4, 5