# Formulaire de Trigonométrie circulaire

**Relation de «Pythagore»**

$$\cos^2(a) + \sin^2(a) = 1$$

**Formules de transformations**

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Angle opposé* | $\cos(a+\pi) = -\cos(a)$ | $\sin(a+\pi) = -\sin(a)$ | $\tan(a+\pi) = \tan(a)$ |
| *Parité* | $\cos(-a) = \cos(a)$ | $\sin(-a) = -\sin(a)$ | $\tan(-a) = -\tan(a)$ |
| *Symétrie autour de $y = x$* | $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin(a)$ | $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos(a)$ | $\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot(a)$ |
| *Quart de tour direct* | $\cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(a)$ | $\sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(a)$ | $\tan\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot(a)$ |

**Formules d'addition**

*«cosinus = non mélange-non respect» et «sinus = mélange-respect».*

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \qquad \cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a) \qquad \sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)} \qquad \tan(a-b) = \frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$$

**Formules de duplication**

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

$$\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$$

**Formules de l'angle moitié**

Si $\theta \in ]-\pi;\pi[$ on pose $t = \tan(\theta/2)$. Alors :

$$\cos(\theta) = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \sin(\theta) = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \tan(\theta) = \frac{2t}{1-t^2}$$

**Formules de linéarisation**

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{\cos(a-b)+\cos(a+b)}{2} \qquad \sin(a)\sin(b) = \frac{\cos(a-b)-\cos(a+b)}{2}$$

$$\sin(a)\cos(b) = \frac{\sin(a-b)+\sin(a+b)}{2}$$

En particulier : $\cos^2(a) = \dfrac{1+\cos(2a)}{2}$ $\qquad \sin^2(a) = \dfrac{1-\cos(2a)}{2}$

**Formule du déphasage** Si $a, b$ sont des réels :

$$a\cos(x) + b\sin(x) = r\cos(x-\theta)$$

où $r = |a+bi|$ et $\theta = \arg(a+bi)$.