ERRATUM

Les Mathématiques dévoilées
MPSI

Mise à jour : 15 janvier 2023

page 3, Exemples, bas de page (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE la fonction $\exists x \in \mathbb{C}\,;\ z^2 = -1$.
LIRE $\exists z \in \mathbb{C}\,;\ z^2 = -1$.

page 11, illustration (signalée par M. Jérôme Phocas)
Jean Bernoulli est le monsieur de l'image 3, pas 4.

page 14, théorèmes 3 et 4, après les encadrés des énoncés (signalée par M. Alain Rambach)
Cas particulier : $a = -1$. La représentation de $x \mapsto -f(x)$ est l'image de celle de f par la symétrie d'axe (Ox) (et non (Oy)).
Cas particulier : $a = -1$. La représentation de $x \mapsto f(-x)$ est l'image de celle de f par la symétrie d'axe (Oy) (et non (Ox)).

page 50, titre du § 4.1 (signalée par M. Matthis Derome)
AU LIEU DE la fonction $\theta \mapsto \cos(t) + \mathrm{i}\sin(t)$
LIRE la fonction $t \mapsto \cos(t) + \mathrm{i}\sin(t)$

page 72, titre de la figure IV.1.
AU LIEU DE Équation des tangentes en 0 : $y = 0$ pour cos
LIRE Équation des tangentes en 0 : $y = 1$ pour cos

page 76, démonstration du théorème 2, 5$^{\text{e}}$ ligne.
AU LIEU DE (...) soit encore $\operatorname{Arccos}'(x) = \frac{1}{\sin(\operatorname{Arccos}(x))}$
LIRE (...) soit encore $\operatorname{Arccos}'(x) = \frac{-1}{\sin(\operatorname{Arccos}(x))}$.

page 101, exercice V.2, question 1 (par M. Alain RAMBACH)
AU LIEU DE $y'' + y' + 1 = 0$
LIRE $y'' + y' + y = 0$

Remarque. Vous pouvez résoudre $y'' + y' + 1 = 0$, en posant par exemple $Y = y'$. On trouve alors $y(t) = -t + k\mathrm{e}^{-t} + \ell$ avec $k, \ell \in \mathbb{R}$ quelconques.

page 141, exercice 7 (signalée par M. Jérôme Phocas

AU LIEU DE $\int_{-1}^{1} P(t)\mathrm{d}t = \lambda P(-1) = \mu P(0) + \nu P(A)$

LIRE $\int_{-1}^{1} P(t)\mathrm{d}t = \lambda P(-1) = \mu P(0) + \nu P(1)$.

page 162, § 5.1, Remarque 3 (signalée par M. Youssef Marzouk)

AU LIEU DE a divise $n \iff a \equiv 0\ [n]$

LIRE n divise $a \iff a \equiv 0\ [n]$

page 177, preuve, 7^e ligne (signalée par M. Jérôme Phocas

AU LIEU DE $(a+b)^p \equiv 1 + 0 + a^p\ [p]$

LIRE $(a+1)^p \equiv 1 + 0 + a^p\ [p]$

page 180, exercice 8, dernière équation (signalée par M. Jérôme Phocas)

AU LIEU DE $42x + 15x = 9$

LIRE $42x + 15y = 9$.

page 219, haut de page, avant dernière ligne de la preuve (signalée par M. Alain RAMBACH)

AU LIEU DE $r_1(v_{n+2} - v_{n+1}) = r_1(v_{n+1} - v_n)$

LIRE $r_1(v_{n+2} - v_{n+1}) = r_2(v_{n+1} - v_n)$

page 284, Théorème 2

AU LIEU DE Soient $n+1$ réels $x_0, \ldots, x_n$ tous distincts et $n+1$ réels $y_0, \ldots, y_n$ quelconques.

LIRE Soient $n+1$ scalaires $x_0, \ldots, x_n$ tous distincts et $n+1$ scalaires $y_0, \ldots, y_n$ quelconques.

page 284, Exemple (signalée par M. Alain RAMBACH)

AU LIEU DE $L_0 = \dfrac{(X-4)(X-5)}{(1-2)(1-5)}$

LIRE $L_0 = \dfrac{(X-2)(X-5)}{(1-2)(1-5)}$ (qui vaut donc $\frac{1}{4}(X^2 - 7X + 10)$.

page 288, exercice 18, (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE $\sqrt{2}+\sqrt[3]{5}$
LIRE $\sqrt[3]{2}+\sqrt{5}$

page 318, exercice XV-10
AU LIEU DE (sous-groupes de $\mathbb{K}[X]$). Montrer que tous les sous-groupes du groupe $(\mathbb{K}[X],+)$ sont de la forme $\{AP; P \in \mathbb{K}[X]\}$ avec $A \in \mathbb{K}[X]$ quelconque.

LIRE (idéaux de $\mathbb{K}[X]$). Montrer que tous les sous-groupes G du groupe $(\mathbb{K}[X],+)$ qui sont absorbants, c.-à-d. tels que $\forall (A,P) \in G \times \mathbb{K}[X]$, $PA \in G$, sont de la forme $\{AP; P \in \mathbb{K}[X]\}$ avec $A \in \mathbb{K}[X]$ quelconque.

Le lecteur pourra chercher un exemple de sous-groupe de $(\mathbb{K}[X],+)$ *qui n'est pas de la forme* $\{AP; P \in \mathbb{K}[X]\}$*. Indication : prendre un sous-groupe de* $(\mathbb{K},+)$*.*

page 334, paragraphe 3.3, § précédant le théorème.
AU LIEU DE Toute le problème va revenir à
LIRE Tout le problème va revenir à

page 342, huitième ✓ (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE toute famille génératrice au plus n vecteurs
LIRE toute famille génératrice au moins n vecteurs

page 457, Théorème
AU LIEU DE 2. Si φ et φ sont en escalier,
LIRE 2. Si φ et ψ sont en escalier

page 473, primitives usuelles, première ligne (signalée par M. Alain RAMBACH).
AU LIEU DE $\displaystyle\int x^\alpha \mathrm{d}x = \frac{x\alpha+1}{\alpha+1},\ (\alpha \neq 1)$
LIRE $\displaystyle\int x^\alpha \mathrm{d}x = \frac{x\alpha+1}{\alpha+1},\ (\alpha \neq -1)$

page 475, preuve du corollaire, 1re et 3e lignes.
AU LIEU DE $|x-a|$
LIRE $|x-a|^{n+1}$

Remarque. Ce n'est pas très grave, car si x est proche de a, alors en fait $|x-a|^{n+1} < |x-a|$.

page 478, recette de cuisine, dernière ligne (point 5), signalée par M. Alain RAMBACH
AU LIEU DE $f(x) = f(a) + \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$
LIRE $f(x) = f(a) + \int_a^x f'(t)\mathrm{d}t$

page 567, exercice 4, 2e ligne
AU LIEU DE pour tous réels strictement positifs ε et λ
LIRE pour tout réel strictement positif ε

page 582, 2e §, 3e ligne
AU LIEU DE Quand on aura "coincer"
LIRE Quand on aura "coincé"

page 595, correction de l'exercice 6
AU LIEU DE $[\exists x \in E, \mathscr{P}(x)] \wedge [(\exists(x,y) \in E^2, \mathscr{P}(x) \wedge \mathscr{P}(y) \Longrightarrow x = y]$
LIRE $[\exists x \in E, \mathscr{P}(x)] \wedge [\forall(x,y) \in E^2, \mathscr{P}(x) \wedge \mathscr{P}(y) \Longrightarrow x = y]$

page 602, exercice 1 (corrigé), nombre $c = 1 + \cos(t) + \sin(t)$, signalée par M. Alain RAMBACH
Remplacer tous les θ par des t.
À la fin, c'est $c \ = 2^n \cos^n(\frac{t}{2})(\cos(\boxed{n}\frac{t}{2}) + \mathrm{i}\sin(\boxed{n}\frac{t}{2}))$.

page 602, exercice 3 (corrigé), question 2 (signalée par M. Alain RAMBACH)
AU LIEU DE $1 + \mathrm{i} = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi/4} \ = \mathrm{e}^{\ln(2)+\mathrm{i}\pi/4}$
LIRE $1 + \mathrm{i} = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi/4} \ = \mathrm{e}^{\ln(2)/2+\mathrm{i}\pi/4}$ (puis à la fin : $z = \ \ln(2)/2 + \mathrm{i}\pi/4 \ + 2\mathrm{i}k\pi$.

page 602, exercice 3 (corrigé), question 3 (signalée par M. Alain RAMBACH)
J'ai oublié de donner la réponse !

Le nombre 2^{i} ne pose aucun problème : c'est $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\ln(2)} = \cos(\ln(2)) + \mathrm{i}\sin(\ln(2))$.

En revanche i^{i} ne peut avoir de sens : ce ne pourrait être que $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\ln(\mathrm{i})}$ qui n'existe pas car $\ln(\mathrm{i})$ ne désigne pas *un* nombre mais *une infinité* (tous les $\mathrm{i}\frac{\pi}{2} + 2\mathrm{i}k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$). Ainsi, $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\ln(\mathrm{i})}$ désignerait tous les réels de la forme $\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}+2k'\pi}$ (avec $k' \in \mathbb{Z}$ quelconque), et on se demande bien lequel serait i^{i}...

page 602, exercice 4 (corrigé) 3e ligne

AU LIEU DE $z = \dfrac{\mathrm{e}^{\frac{2\mathrm{i}\pi k}{n}} - 1}{\mathrm{e}^{\frac{2\mathrm{i}\pi k}{n}} + 1} = \dfrac{\mathrm{i}\sin\frac{k\pi}{n}}{\cos\frac{k\pi}{n}}$

LIRE $z = \dfrac{\mathrm{e}^{\frac{2\mathrm{i}\pi k}{n}} + 1}{\mathrm{e}^{\frac{2\mathrm{i}\pi k}{n}} 1} = \dfrac{\cos\frac{k\pi}{n}}{\mathrm{i}\sin\frac{k\pi}{n}} = -\mathrm{i}\cot\dfrac{k\pi}{n}$

page 605, exercice 15 (corrigé)

Sur la figure, échanger les points E et F.

page 609, exercice 1, signalée par M. Alain RAMBACH

Oubli de la réponse à la question 3 : les solutions sont $y : t \mapsto k\mathrm{e}^{3t} - \frac{1+\mathrm{i}}{3}$ avec $k \in \mathbb{C}$ quelconque.

page 609, exercice 2 (corrigé), question 4, signalée par M. Alain RAMBACH

Oubli de la solution particulière constante $y_p(t) = 1/3$. Ainsi, les solutions sont de la forme $y(t) = 1/3 + \ \lambda\mathrm{e}^{3t} + \mu t\mathrm{e}^{3t}$ avec λ, μ dans $\mathbb{R}$. Les conditions initiales amènent à résoudre un système 2×2 qui se résout aisément en $\lambda = \frac{11}{3}\mathrm{e}^{-3}$ et $\mu = -2\mathrm{e}^{-3}$.

page 615, exercice 15, réciproquement, 1re ligne, (signalée par M. Jérôme Phocas)

AU LIEU DE $f(A\cap) = f(A) \cap f(B)$.

LIRE $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

page 618, exercice 3, fin de la 3e ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)

AU LIEU DE $\frac{1}{5}(5+1)^n$

LIRE $\frac{1}{5}(5+1)^{n+1}$

page 619, exercice 7, avant dernière ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE $F_{n+2} \leqslant \left(\frac{7}{4}\right)^n \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$
LIRE $F_{n+2} \leqslant \left(\frac{7}{4}\right)^n \times \left(\frac{7}{4}\right)^2$

page 619, exercice 10, 3e ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE Si $k \leqslant 0$, alors $f(n) \leqslant 0$.
LIRE Si $k \geqslant 0$, alors $f(n) \geqslant 0$.

page 621, exercice 13, 4e ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE $4444^4 444$
LIRE 4444^{4444}

page 635, exercice 4, question 2, signalée par M. Fabrice BUFFA

Si $|x| < 1$, alors $\left|\int_0^x \frac{t^3}{1-t}\mathrm{d}t\right| \leqslant \int_{\min(0,x)}^{\max(0,x)} \left|\frac{t^3}{1-t}\right| \mathrm{d}t$ et cette dernière quantité est

- inférieure à $\int_0^x \frac{t^3}{1-t}\mathrm{d}t$ si $x > 0$
- inférieure à $\int_x^0 \frac{-t^3}{1-t}\mathrm{d}t$ si $x < 0$ (car $1-t{>}0$ quel que soit $x \in]-1,1[$ puisque t est entre 0 et x).

Si $\boxed{\text{x>0}}$, alors $\forall t \in [0,x]$, $0 < 1-x \leqslant 1-t$, donc $\frac{1}{1-t} \leqslant \frac{1}{1-x}$, et puisque $t^3 \geqslant 0$, il vient $0 \leqslant \frac{t^3}{1-t} \leqslant \frac{t^3}{1-x}$. En intégrant : $0 \leqslant \int_0^x \frac{t^3}{1-t}\mathrm{d}t \leqslant \frac{1}{1-x}\left[\frac{t^4}{4}\right]_0^x = \frac{x^4}{4(1-x)} = o_{x\to 0^+}(x^3)$.

Si $\boxed{\text{x<0}}$, alors $\forall t \in [x,0]$, $1-t \geqslant 1$ donc $0 \leqslant \frac{-t^3}{1-t} \leqslant -t^3$ (car $-t^3 \geqslant 0$) et donc $0 \leqslant \int_x^0 \frac{-t^3}{1-t}\mathrm{d}t \leqslant \left[\frac{-t^4}{4}\right]_x^0 = \frac{x^4}{4} = o_{x\to 0^-}(x^3)$.

Dans tous les cas on a $\left|\int_0^x \frac{t^3}{1-t}\mathrm{d}t\right| \leqslant \alpha(x)$ avec $\alpha(x) = o_{x\to 0}(x^3)$, donc $\int_0^x \frac{t^3}{1-t}\mathrm{d}t = o_{x\to 0}(x^3)$.

page 636, exercice 2
AU LIEU DE $\tilde{P}(1) + \tilde{P}'(1) = \tilde{P}''(1) = 0$
LIRE $\tilde{P}(1) = \tilde{P}'(1) = \tilde{P}''(1) = 0$

page 640, exercice 20, question 4 (b), 1^re^ ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE de dire que $(\cos(N\theta)+\mathrm{i}\sin(N\theta))^N$ vaut
LIRE de dire que $(\cos(N\theta)+\mathrm{i}\sin(N\theta))$ vaut

page 651, exercice 17, 1^re^ ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE $\int_0^{2\pi} \overline{\mathrm{e}_n(t)} \cdot e_p(t)\mathrm{d}t = \int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{\mathrm{i}t(-n+t)}\mathrm{d}t$
LIRE $\int_0^{2\pi} \overline{\mathrm{e}_n(t)} \cdot e_p(t)\mathrm{d}t = \int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{\mathrm{i}t(-n+p)}\mathrm{d}t$

page 652, exercice 18, 3^e^ ligne (signalée par M. Jérôme Phocas)
AU LIEU DE $2 \neq 0$ et 3×0
LIRE $2 \neq 0$ et $3 \neq 0$

page 669, exercice 6 c)
AU LIEU DE $1 - \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$
LIRE $2 - \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$

page 670, Exercice 13 question 2.
AU LIEU DE $\mathbb{R}_n(x)$
LIRE $R_n(x)$

page 675, exercice 10, question 3.
AU LIEU DE $\sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k} = H_{2n} - H_n$
LIRE $\sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k} = H_{2n} - H_n + \frac{1}{n}$

page 691, exercice 12, question 2, dernière ligne.
AU LIEU DE la suite $(p_N(n))_{n\in\mathbb{N}}$
LIRE la suite $(p_N(n))_{N\in\mathbb{N}}$.