Développements usuels en 0

Exponentielle et Cie

$$\boxed{e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$

$$\boxed{\mathrm{ch}(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + \ldots + \frac{1}{(2n)!}x^{2n} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n})}$$ (partie paire de e^x)

$$\boxed{\mathrm{sh}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \ldots + \frac{1}{(2n+1)!}x^{2n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})}$$ (partie impaire de e^x)

$$\boxed{\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + \ldots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n})}$$ (partie paire de e^{ix})

$$\boxed{\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \ldots + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})}$$ (partie impaire de e^{ix})

Binôme et Cie

Notation : $\binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}$ pour $\alpha \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\boxed{(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \ldots + \binom{\alpha}{n}x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$

$$\boxed{\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$ (série géométrique)

$$\boxed{\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots + (-1)^n x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$ ($x \leftrightarrow -x$)

$$\boxed{\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$ (en intégrant $\frac{1}{1+x}$)

$$\boxed{\ln(1-x) = -x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 - \ldots - \frac{1}{n}x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$ ($x \leftrightarrow -x$)

$$\boxed{\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2.4}x^2 + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1.3\ldots(2n-3)}{2.4\ldots(2n)}x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$ ($\alpha = \frac{1}{2}$)

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1.3}{2.4}x^2 \ldots + (-1)^n\frac{1.3\ldots(2n-1)}{2.4\ldots(2n)}x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)}$$ ($\alpha = -\frac{1}{2}$)

Avec les changements de variable $x \leftrightarrow \pm x^2$ on peut trouver les DL de $\frac{1}{1\pm x^2}$ et de $\frac{1}{\sqrt{1\pm x^2}}$, et en intégrant, ceux de Arc tan, Arc sin, Arc cos, Arg th, Arg sh et Arg ch.